

質量欠損のエネルギーとは？

人間社会では、一人では孤独で寂しく、大勢では喧嘩になります。適度な大きさがあるように、原子にもちょうど安定な原子核の質量があります。最も安定で結合エネルギーが大きいのが鉄(Fe)元素です。

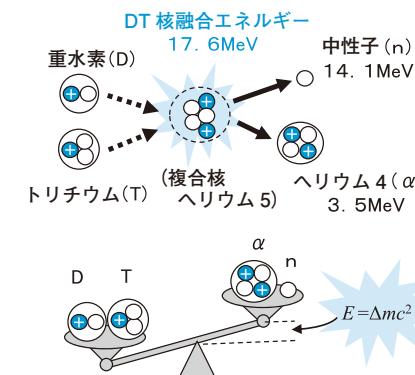
▶ 核反応での質量欠損とエネルギー

重水素と三重水素からヘリウムと中性子ができる反応を考えてみましょう。ヘリウムと中性子の各々の質量の和が、重水素と三重水素の各々の質量の和より小さいことがわかります。質量の一部が反応によって失われ（質量欠損）、エネルギーに変換されます。これを説明するのが、世界で最も有名な現代物理学の式 $E=mc^2$ です。ここで、 c は光の速度であり、エネルギー (E) は質量 (m) に等価であることを示しており、アインシュタイン博士により特殊相対性理論として発見されました。実際の DT 反応では、反応前後で陽子の質量の 2% 弱の質量が減少しており、その質量欠損分が核反応での発生エネルギーとなっています（上図）。

▶ 質量とエネルギーの等価の法則 $E=mc^2$

強い力に関連して、真空中の光速 c [m/s] を用いて質量 m [kg] とエネルギー E [J] の関係 $E=mc^2$ が 1905 年のアインシュタインの特殊相対性理論により明らかにされました。これを「質量とエネルギーの等価性」といい、等速運動する系（慣性系）において光速不変の原理と相対性原理（座標系によらず物理法則は不变）を用いて導かれたものです。下図のような等速で動く座標系 S' 上で細長い長さ $2L$ の部屋の中央に質量 M の物体を置き、上下から $E/2$ のエネルギーをもつ光子を入射した仮想実験を考えます。静止している座標系 S と、速度 V で等速運動している座標系 S' を定義します。光子が物体に合体した場合には、エネルギーが変換されて質量 m が増えたと考えますが、エネルギー E の光子の運動量は E/c なので、光子の垂直運動量は上と下で $-(1/2)E/c$ と $(1/2)E/c$ であり全体としては 0 です。一方、静止座標系 S で眺めると運動量の垂直方向は 0 ですが、水平方向の運動量は下図のように光子の運動量も含めて前後で保存されるので、光速は静止座標系でも等速座標系でも原理的に一定値 c と仮定すると、 $E=mc^2$ が得られます。この思考実験から相対論のローレンツ因子も導かれます。

DT 核融合反応での質量欠損



質量
 $m_D = (2-0.00099) m_p$
 $m_T = (3-0.00628) m_p$
 $m_\alpha = (4-0.02740) m_p$
 $m_n = (1+0.00138) m_p$
 m_p は陽子の質量 (1.6726×10^{-27} kg)

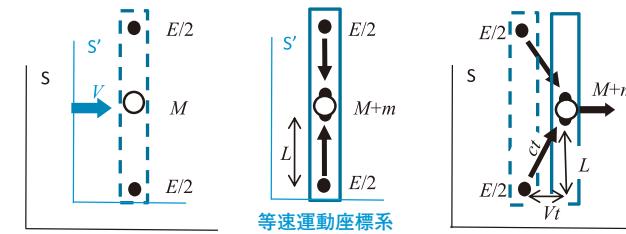
質量欠損
 $\Delta m = (m_D + m_T) - (m_\alpha + m_n)$
 $= 0.01875 m_p$

核反応エネルギー
 $E = \Delta mc^2 = 17.6 \text{ MeV}$
 c は光の速度 ($3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

参考メモ

運動量の保存則とエネルギーの保存則から、速度比は質量比の 2乗に反比例し、エネルギー比は質量比に反比例します。 α と n の質量比は 4 : 1 なので、全体の質量欠損エネルギー 17.6 MeV から、 α が 3.5 MeV、 n が 14.1 MeV となります。

質量とエネルギーは等価（アインシュタインの思考実験）



水平方向の運動量
 衝突前 $2 \times (E/2c) \times (Vt/ct) + MV$
 衝突後 $(M+m)V$
 ↓
 運動量の保存から $E = mc^2$

参考メモ 静止エネルギー

$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J} = 1.16 \times 10^4 \text{ K}$
 $e = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ (電気素量)
 $m_p c^2 = 938 \text{ MeV}$ (プロトンの静止エネルギー)

アルベルト・アインシュタイン
 (1879年～1955年)

